

**Задания к лабораторным работам
по дисциплине «Численные методы»
для студентов специальности Прикладная математика
(научно-педагогическая деятельность)**

Лабораторная работа № 1

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ
И ИХ СИСТЕМ (4 часа)**

Задание:

1. Отделить корни нелинейного уравнения аналитически/графически и уточнить один из них (для всех методов рассматривать одинаковый отрезок) методом итераций, Ньютона, хорд, комбинированным с точностью вычисления до 0.001.

Вариант	Уравнение	Вариант	Уравнение
1	$x^3 + 2x^2 + 2 = 0$	2	$x^3 - 3x^2 + 9x - 10 = 0$
3	$x^3 - 2x + 2 = 0$	4	$x^3 + 3x - 1 = 0$
5	$x^3 + x - 3 = 0$	6	$x^3 + 0.4x^2 + 0.6x - 1.6 = 0$
7	$x^3 - 0.2x^2 + 0.4x - 1.4 = 0$	8	$x^3 - 0.1x^2 + 0.4x + 2 = 0$
9	$x^3 + 3x^2 + 12x + 3 = 0$	10	$x^3 - 0.2x^2 + 0.5x - 1 = 0$
11	$x^3 - 0.1x^2 + 0.4x + 1.2 = 0$	12	$x^3 - 3x^2 + 6x - 5 = 0$
13	$x^3 - 0.2x^2 + 0.5x - 1.4 = 0$	14	$x^3 + 2x^2 + 4 = 0$
15	$x^3 - 3x^2 + 12x - 12 = 0$	16	$x^3 + 0.2x^2 + 0.5x + 0.8 = 0$
17	$x^3 + 4x - 6 = 0$	18	$x^3 + 0.1x^2 + 0.4x - 1.2 = 0$
19	$x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0$	20	$x^3 - 0.1x^2 + 0.4x - 1.5 = 0$
21	$x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$	22	$x^3 - 0.2x^2 + 0.3x - 1.2 = 0$
23	$x^3 - 3x^2 + 12x - 9 = 0$	24	$x^3 + 0.2x^2 + 0.5x - 2 = 0$
25	$x^3 + 3x + 1 = 0$	26	$x^3 + 0.2x^2 + 0.5x - 1.2 = 0$
27	$x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$	28	$x^3 - 0.1x^2 + 0.4x - 1.5 = 0$
29	$x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0$	30	$x^3 - 0.1x^2 + 0.3x - 0.6 = 0$
31	$0.5x^3 + 5x^2 - 7 = 0$	32	$2x^3 - 0.1x^2 + x - 1 = 0$

2. Построить график, визуализирующий начальное приближение решения системы. Использовать среды построения СКМ, MS Excel.

Решить системы двух нелинейных уравнений с точностью до 0.001 методами:

- а) Методом итераций.
- б) Методом Ньютона.

Вариант	Система	Вариант	Система
1	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1.2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$	2	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0.7 \end{cases}$	4	$\begin{cases} \cos x + y = 1.5 \\ 2x - \sin(y-0.5) = 1 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1 \\ \cos(y-2) + x = 0 \end{cases}$	6	$\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 0.8 \\ \sin y - 2x = 1.6 \end{cases}$
7	$\begin{cases} \sin(x-1) = 1.3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0.8 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 0 \\ \sin y + x = -0.4 \end{cases}$
9	$\begin{cases} \cos(x+0.5) - y = 2 \\ \sin y - 2x = 1 \end{cases}$	10	$\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1.5 \\ \cos(y-2) + x = 0.5 \end{cases}$
11	$\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.2 \\ 2y + \cos x = 2 \end{cases}$	12	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.5 \\ y - \cos x = 3 \end{cases}$
13	$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$	14	$\begin{cases} \cos y + x = 1.5 \\ 2y - \sin(x-0.5) = 1 \end{cases}$
15	$\begin{cases} \sin(y+0.5) - x = 1 \\ \cos(x-2) + y = 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} \cos(y+0.5) + x = 0.8 \\ \sin x - 2y = 1.6 \end{cases}$
17	$\begin{cases} \sin(y-1) + x = 1.3 \\ y - \sin(x+1) = 0.8 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2x - \cos(y+1) = 0 \\ \sin x + y = -0.4 \end{cases}$
19	$\begin{cases} \cos(y+0.5) - x = 2 \\ \sin x - 2y = 1 \end{cases}$	20	$\begin{cases} \sin(y+2) - x = 1.5 \\ \cos(x-2) + y = 0.5 \end{cases}$
21	$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1 \\ \cos y + 2x = 2 \end{cases}$	22	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.8 \\ x - \cos y = 2 \end{cases}$

Вариант	Система	Вариант	Система
23	$\begin{cases} \sin x + 2y = 1.6 \\ \cos(y-1) + x = 1 \end{cases}$	24	$\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 1 \\ \sin y - 2x = 2 \end{cases}$
25	$\begin{cases} \cos x + y = 1.2 \\ 2x - \sin(y-0.5) = 2 \end{cases}$	26	$\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1.2 \\ \cos(y-2) + x = 0 \end{cases}$
27	$\begin{cases} \sin(x-1) + y = 1.5 \\ x - \sin(y+1) = 1 \end{cases}$	28	$\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1 \\ 2y + \cos x = 2 \end{cases}$
29	$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.8 \\ y - \cos x = 2 \end{cases}$	30	$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 1 \\ \sin y + 2x = 1.6 \end{cases}$
31	$\begin{cases} 0.1x - \cos(y+1) = -1 \\ \sin x + 0.5y = 2.1 \end{cases}$	32	$\begin{cases} 0.2\sin(x-1) - y = 0.5 \\ 2x - \sin(y+1) = 4 \end{cases}$

Вопросы по теме

1. Какое уравнение называется нелинейным?
2. Виды нелинейных уравнений.
3. Что значит решить уравнение?
4. В чём заключается этап отделения корней при использовании численных методов решения уравнения?
5. Какие способы отделения корней вам известны? Сущность этих методов.
6. Метод простой итерации для решения нелинейного уравнения. Графическая интерпретация метода.
7. Какое уравнение можно решать методом итерации?
8. Каковы достаточные условия сходимости итерационного процесса при решении уравнения $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$, содержащего корень, методом простой итерации?
9. Какое условие является критерием достижения заданной точности при решении уравнения $x = f(x)$ методом итерации?
10. Как строится итерационная последовательность точек при решении уравнения методом простой итерации?
11. Метод Ньютона для решения нелинейного уравнения. Графическая интерпретация метода.
12. Условия сходимости метода Ньютона.

13. Модифицированный метод Ньютона.
14. Метод простой итерации для системы из двух нелинейных уравнений.
15. Метод Ньютона для системы из двух нелинейных уравнений.
16. Распространение метода простой итерации на системы n уравнений с n неизвестными.
17. Распространение метода Ньютона на системы n уравнений с n неизвестными.

Литература: [4]–[8] [10] [12] [13] [15]–[18] [21] [22]

ВМиП ЧМ ПМ Лабораторные работы

Лабораторная работа № 2

ТЕОРИЯ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЯ (10 часов)

Задание:

1. Для функции, заданной таблично, построить интерполяционный многочлен Лагранжа и вычислить значение функции в точке $\bar{x}$.

Вариант	x_i	2.0	2.3	2.5	3.0	$\bar{x}$
1	y_i	5.84	6.13	6.30	6.69	2.02
2	y_i	11.38	12.80	14.70	17.07	2.09
3	y_i	3.14	4.15	5.65	6.91	2.91
4	y_i	6.87	6.41	4.42	3.91	2.85
5	y_i	7.19	6.21	5.12	3.98	2.44
6	y_i	1.50	1.34	1.23	1.16	2.13
7	y_i	1.10	1.05	0.97	0.79	2.25
8	y_i	1.54	1.61	1.66	1.71	2.32
9	y_i	0.78	0.39	0.26	0.19	2.79
10	y_i	0.69	0.35	0.23	0.17	2.94
11	y_i	1.05	1.21	1.57	2.42	2.48
12	y_i	6.28	5.62	5.14	4.91	2.59
13	y_i	1.57	1.21	1.11	1.05	2.64
14	y_i	1.11	0.74	0.56	0.44	2.71
15	y_i	1.88	1.54	1.89	2.30	2.12
16	y_i	5.11	4.56	4.02	3.75	2.98
17	y_i	10.01	11.62	12.55	13.14	2.11
18	y_i	1.69	1.52	2.62	3.14	2.65
19	y_i	0.26	0.98	1.56	1.84	2.07
20	y_i	4.12	3.98	3.41	2.52	2.78
21	y_i	9.63	10.01	10.79	11.24	2.23
22	y_i	7.89	7.11	6.91	6.02	2.56
23	y_i	3.89	3.01	2.78	2.11	2.95
24	y_i	1.22	2.22	3.22	2.22	2.35
25	y_i	4.01	5.18	6.85	7.75	2.18
26	y_i	0.25	0.99	1.12	2.45	2.61
27	y_i	11.98	11.21	10.73	10.01	2.42
28	y_i	9.11	8.35	7.63	7.03	2.89
29	y_i	2.56	3.45	4.78	5.02	2.21

Вариант	x_i	2.0	2.3	2.5	3.0	$\bar{x}$
30	y_i	6.53	5.95	5.07	4.68	2.73
31	y_i	0.11	0.23	0.44	0.65	2.11
32	y_i	13.2	14.7	18.9	23.6	2.37

2. Для табличной функции из задания № 1 построить интерполяционный многочлен Ньютона и вычислить значение функции в заданной точке $\bar{x}$. Сравнить полученные результаты с результатами №1.

3. Для заданной функции $f(x)$ построить таблицу значений функции на отрезке $[a, b]$, разбив отрезок на n равных частей, а затем с помощью интерполирования в форме Ньютона найти значение функции в заданной точке $\bar{x}$. Определить погрешность интерполирования.

Вариант	$f(x)$	a	b	n	$\bar{x}$
1	$\ln x$	1.0	1.6	3	1.55
2	2^x	-0.2	0.4	3	-0.11
3	$x/(x^2 + 1)$	0.6	1.2	3	0.65
4	$x/(x + 2)$	0.0	0.6	3	0.54
5	$\sin x$	0.1	0.4	3	0.13
6	$\cos x$	-0.1	0.2	3	0.18
7	$\sin x + \cos x$	0.0	0.3	3	0.27
8	$\sqrt{x}$	1.2	1.8	3	1.24
9	$\sqrt[3]{x}$	0.4	1.0	3	0.45
10	$\sqrt[3]{x^2}$	0.5	0.8	3	0.77
11	$\sqrt{x}$	1.1	1.4	3	1.12
12	$3\sqrt{x}$	0.1	0.4	3	0.37
13	$2^x \cos x$	0.0	0.3	3	0.12
14	$2^x \sin x$	-0.1	0.2	3	-0.05
15	$x2^x$	0.4	0.7	3	0.63
16	$\sqrt{x-2}$	2.2	2.5	3	2.31
17	$\sqrt{x+2}$	-0.9	-0.6	3	-0.65
18	$3^{x+0.1}$	-1	-0.7	3	-0.93
19	$\sin x - \cos x$	-0.7	-0.4	3	-0.51
20	$2\sin(x-1)$	0.3	0.6	3	0.37
21	$0.9\cos(1+x)$	0.1	0.4	3	0.36
22	$0.9\sqrt{x+1}$	-0.8	-0.5	3	-0.71
23	$x/(1.23 + \sqrt{x+1})$	0.5	0.8	3	0.75
24	$\sqrt[3]{x+0.1}$	-0.4	0	3	-0.1

25	$\sqrt[5]{x-0.1}$	0.1	0.4	3	0.18
26	$\ln(1/x)$	0.6	0.9	3	0.81
27	$x \cdot 3^{x+1}$	-0.7	-0.4	3	-0.46
28	2^{x^2}	0.1	0.4	3	0.35
29	$x \cdot \cos 2^x$	-0.3	0	3	-0.25
30	$x \cdot \sqrt{\frac{1}{2-x}}$	0.1	0.4	3	0.31
31	$2x^2 - \sqrt{x+0.5}$	0.6	0.9	3	0.67
32	$\frac{\sin(x-1)}{\cos(x+2)}$	-1.2	-0.9	3	-0.83

4. Для функции, заданной таблицей, найти приближенное значение первой и второй производной в точке $\bar{x}$

X	0.98	1.00	1.02	1.04
Y	0.7825	0.7739	0.7651	0.7473

$\bar{x} = 0.98 + 0.001k$, k – номер варианта.

5. По заданной таблице значений функции определить значения аргументов x , соответствующих заданным значениям y

X	4	6	9	11	15	17	19
Y	16	36	81	121	225	289	361

1) $y=25$; 2) $y=49$; 3) $y=100$; 4) $y=64$; 5) $y=144$; 6) $y=196$; 7) $y=169$; 8) $y=55$; 9) $y=105$; 10) $y=18$; 11) $y=300$; 12) $y=180$; 13) $y=150$; 14) $y=130$; 15) $y=200$; 16) 19; 17) 170; 18) 40; 19) 230; 20) 260; 21) 324; 22) 64; 23) 256; 24) 330; 25) 42; 26) 96; 27) 55; 28) 272; 30) 175; 31) 26; 32) 123.

6. Для функции, заданной таблицей из задания № 3, построить кубический сплайн и вычислить значение функции в указанной точке $\bar{x}$.

7. Для заданной функции $f(x)$ из задания №3, построить таблицу значений функции на отрезке $[a, b]$, полагая $x_0 = a$, $x_i = x_0 + ih$,

$i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$, $h = \frac{b-a}{n}$. С помощью интерполяционной формулы Гаусса

найти значение функции в заданной точке $\bar{x}$.

Вопросы по теме

1. Что такое интерполяция?
2. Что такое параболическая интерполяция?
3. Что такое узлы интерполяции?
4. В чем заключается задача отыскания интерполирующего многочлена?

5. Теорема о существовании интерполяционного многочлена.
6. Как построить интерполяционный многочлен Лагранжа?
7. Как определяется погрешность метода интерполяции с помощью формулы Лагранжа?
8. Какова схема Эйткена?
9. Конечные разности и их свойства.
10. Как образуются разделенные разности (разностные отношения)?
11. Как связаны разделенные разности и производная?
12. Что такое обратное интерполирование?
13. Как строятся многочлены Чебышева?
14. Что такое конечная разность первого порядка? Как она находится?
15. Что такое конечная разность второго порядка? Как она находится?
16. Что такое конечная разность N-го порядка? Как она находится?
17. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов.
18. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов.
19. Интерполяционные формулы Ньютона для неравноотстоящих узлов.
20. Как находится погрешность метода интерполирования с помощью формул Ньютона?
21. Что значит "интерполирование вперед", "интерполирование назад"?
22. Первая интерполяционная формула Гаусса.
23. Вторая интерполяционная формула Гаусса.
24. Дифференцирование для равноотстоящих узлов.
25. Дифференцирование для неравноотстоящих узлов.
26. Что такое сплайн? Как происходит процесс интерполирования сплайнами?

Литература: [3] [5]–[8] [10]–[12] [15]–[20]

Лабораторная работа № 3

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ (2 часа)

Задание:

1. Для заданной функции $y = f(x)$ построить полином второй степени, приближающий $f(x)$ с наименьшим квадратичным отклонением на отрезке $[a, b]$:

Вариант	$f(x)$	a	b
1	e^x	0	1
2	$1/(x+1)$	1	2
3	$1/(1+x^2)$	0	1
4	$\sin x$	0	π
5	$x/(1+x)$	1	2
6	$\ln x$	1	2
7	$\cos x$	0	π
8	$x^3 - 2x^2$	0	2
9	$x/(1+x^2)$	0	1
10	$x^2 - 4x$	-1	1
11	2^x	0	1
12	$3x^3 + x$	1	2
13	$2/(x+3)$	0	1
14	$x^2/(1+x^2)$	0	1
15	$2x + 5x^2$	-1	2
16	$x^2 + \frac{1}{4}x$	1	3
17	$1 + 0.5x$	-2	0
18	$0.5\cos x$	$-\pi$	0
19	$6x^2 - 1.1x$	0	2
20	$\cos(x+1)$	0	π
21	$1 + 3x^2$	-3	-1
22	$\ln(x+1)$	3	5
23	$\frac{1}{6}x^3$	0	2

Вариант	$f(x)$	a	b
24	$\frac{x^2}{8}$	-1	1
25	3^x	2	4
26	$0.5 \cdot 2^x$	1	3
27	$x^2 + \cos x$	0	2
28	$0.2x^2 - x$	1	3
29	$\sin(x-1)$	0	π
30	$x + e^x$	0	2
31	$x^3 - 2$	2	0
32	$0.5\sin(x+1)$	0	2

2. Для функции $f(x)$, заданной таблично, с помощью метода наименьших квадратов построить аппроксимирующий многочлен второй степени:

Вариант	x_i	1	2	3	4
1	y_i	-1	0	2	4
2	y_i	1	9	10	12
3	y_i	-4	0	2	7
4	y_i	4	1	0	2
5	y_i	1	3	3	1
6	y_i	-1	-2	0	5
7	y_i	1	1	0	-1
8	y_i	-3	3	-3	3
9	y_i	0	3	8	10
10	y_i	-2	0	2	9
11	y_i	5	-1	1	2
12	y_i	1	3	-2	-3
13	y_i	-3	0	1	4
14	y_i	2	3	4	-1
15	y_i	-2	-1	0	2
16	y_i	3	4	2	1
17	y_i	-1	0	1	4
18	y_i	6	4	3	0
19	y_i	0	-2	-5	-11
20	y_i	5	3	0	-2

21	y_i	10	7	6	1
22	y_i	-4	-1	0	4
23	y_i	0	7	9	11
24	y_i	2	2	1	-2
25	y_i	-5	0	5	-5
26	y_i	2	5	0	-7
27	y_i	-3	-1	0	1
28	y_i	5	3	-2	0
29	y_i	6	4	1	2
30	y_i	-2	2	6	8
31	y_i	4	3	8	13
32	y_i	-8	-2	3	10

3. Для функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-\pi, \pi]$, с помощью метода наименьших квадратов построить обобщенный аппроксимирующий многочлен, взяв в качестве ортогональной системы систему тригонометрических функций $1, \sin x, \cos x, \sin 2x, \cos 2x$:

Вариант	$f(x)$	Вариант	$f(x)$
1	$y = x$	17	$y = 1 + 0.1 \sin 2x$
2	$y = 1 + 0.2 \sin x$	18	$y = 1 + x^2$
3	$y = \cos 2x + \frac{1}{2} \sin x + 1$	19	$y = \cos 2x - \sin 2x + 1$
4	$y = e^{-x}$	20	$y = -0.3 \cos 2x + 1$
5	$y = 1 - x$	21	$y = e^x$
6	$y = 1 - \frac{1}{4} \cos 2x$	22	$y = x - \sin x$
7	$y = x + 1$	23	$y = 1 + \cos 2x$
8	$y = \cos 2x - 1$	24	$y = x^2$
9	$y = 1 + 2 \cos 2x$	25	$y = \sin x + \cos 2x$
10	$y = 3x + 1$	26	$y = 1 - \sin x - 2.1 \sin 2x$
11	$y = \sin x + \cos x$	27	$y = -\sin 2x + 1$
12	$y = 1 + 3.2x^2$	28	$y = 0.1 \sin 2x - 1 + \cos x$
13	$y = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$	29	$y = 1 + \sin 2x + x$
14	$y = 1 + \cos x$	30	$y = 1 + \sin 2x$
15	$y = \cos x - \frac{1}{2}$	31	$y = 0.5 \cos x + \sin 2x + 1$
16	$y = \sin x - 3 \cos 2x$	32	$y = 1 - \cos x + 0.5 \sin 2x$

Вопросы по теме

1. Как определяется скалярное произведение двух функций?
2. Норма элемента.
3. Ортогональность.
4. Что называется среднеквадратичным отклонением?
5. Теорема об элементе наилучшего среднеквадратичного приближения.
6. Построение многочлена наилучшего приближения для функции на отрезке.
7. Примеры ортогональных систем многочленов.

Литература: [3] [5]–[8] [10]–[12] [15]–[20]

Лабораторная работа № 4

ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ (4 часа)

Задание:

1. Вычислить интегралы по обобщенной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на n частей. Оценить погрешность.

Вариант	Подынтегральная функция	a	b	n
1	$1/x$	1	2	8
2	$1/(1+x^2)$	0	1	8
3	$\sqrt{6x-5}$	1	2	8
4	$\sin x^2$	0	1	8
5	$\ln(1+x^2)$	0	1	8
6	e^{-x^2}	0	1	8
7	$\sin x$	0	$\pi/4$	8
8	$\sqrt{2x^2+3}$	2	3	8
9	$\cos x^2$	0	$\pi/2$	8
10	$\sqrt[3]{x}$	5	6	8
11	$x^3\sqrt{1-x^2}$	-0.5	0	8
12	xe^{-x}	0	1	8
13	$x^2 \cos x$	0	$\pi/4$	8
14	$\sqrt{1+e^x}$	0	1	8
15	$(x+1)/\sqrt{x}$	2	3	8
16	$1/(1+x^3)$	0	1	8
18	$\frac{\sin x}{\sqrt{x}}$	0	1	8
19	$\sqrt{1+\sin^2 x}$	0	$\pi/2$	8
20	$x \ln(1+x)$	0	1	8
21	$1/(1+x)$	1	2	8
22	$\sqrt{x} \sin x$	1	2	8
23	$\sqrt{x} e^{x^2}$	2	3	8
24	$\sqrt{3+\cos x}$	0	$\pi/2$	8
25	$\sqrt{e^x+1}$	0	$\ln 2$	8
26	$\ln x$	2	3	8
27	$\sqrt{1-\frac{1}{4}\sin^2 x}$	0	$\pi/2$	8

28	$\frac{\sin x}{x}$	1	2	8
29	$x/(1+x)$	3	4	8
30	$\sqrt{1+\cos^2 x}$	0	$\pi/2$	8
31	$\frac{\sin(x+1)}{2}$	1	2	8
32	$\frac{2x^2}{\sqrt{x+2}}$	0	1	8

2. Вычислить интеграл по обобщенной формуле Симпсона при заданном числе разбиений отрезка интегрирования, $m = 4$, $n = 2m = 8$. Подынтегральную функцию взять из № 1. Оценить погрешность.

3. Определить n для обобщенной формулы трапеций при $\varepsilon = 0,001$. Подынтегральную функцию взять из № 1.

4. Вычислить интеграл по формуле Гаусса для $n=3$. Подынтегральную функцию взять из № 1.

5. Вычислить интеграл по обобщенной формуле трапеций для $n=4$ и $n+k=8$ узлов и уточнить результат:

- а) по формуле Ричардсона;
- б) по формуле Эйлера $n=6$;
- в) по формуле Ромберга $n=8$.

6. Вычислить приближенно двойной интеграл

$$\int_a^b \int_a^b F(x, y) dx dy,$$

где $F(x, y) = f(x)f(y)$, а функция $f(x)$ и пределы интегрирования a и b взять из № 1. Использовать:

- а) кубатурную формулу Симпсона с шагами $h_x = h_y = \frac{b-a}{2}$;
- б) метод Гаусса для $n = 2$.

Вопросы по теме

1. О форме, придаваемой интегралу при вычислениях. Квадратурная сумма и связанные с ней задачи.
2. Общая квадратурная формула для вычисления интегралов. Теорема о точности квадратурной формулы.
3. Простейшие формулы Ньютона-Котеса. Геометрическая интерпретация. Остаточные члены формул.
4. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Квадратурная формула Гаусса. Остаточный член формулы.
5. Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ.

6. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ.
7. Методы уточнения интегралов. Формула Эйлера.
8. Методы уточнения интегралов. Экстраполяция по Ричардсону.
9. Методы уточнения интегралов. Формула Ромберга.
10. Вычисление кратных интегралов. Метод повторного применения квадратурных формул.
11. Вычисление кратных интегралов. Метод замены подынтегральной функции интерполяционным многочленом.
12. Вычисление несобственных интегралов.

Литература: [5]–[8] [11] [12] [15]–[20] [22]

Лабораторная работа № 5

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ (2 часа)

Дано интегральное уравнение Фредгольма

$$y(x) - \frac{1}{2} \int_0^1 \left(xs + \frac{(xs)^3}{3!} + \frac{(xs)^5}{5!} \right) y(s) ds = \alpha - x^2, \quad (1)$$

где $\alpha = (1 + 0.02 \cdot K)$, K – номер варианта.

Задание 1*.

Решить уравнение (1) методом последовательных приближений. Заменить решение отрезком ряда $y(x) = \sum_{k=0}^3 \lambda^k \phi_k(x)$.

Задание 2.

Решить уравнение (1) методом конечных сумм. Использовать квадратурную формулу Симпсона в обобщенном виде. Разбить отрезок на 4 равные части: $h = \frac{b-a}{4}$.

Задание 3.

Решить уравнение (1) методом вырожденных ядер. Решение искать в виде $y(x) = \alpha - x^2 + \frac{c_1 x + c_2 x^3 + c_3 x^5}{2}$.

Задание 4.

Решить уравнение (1) методом коллокации. Искать решение в виде $y(x) = \alpha + \sum_{i=1}^4 c_i x^i$. Взять в качестве точек коллокации точки $x_i = ih$, $h = \frac{b-a}{4}$, $i = \overline{1, 4}$.

Задание 5*.

Решить уравнение (1) методом моментов. Искать решение в виде $y(x) = f(x) + \sum_{i=1}^3 c_i \phi_i(x)$, где $\phi_i(x) = x^i$.

Задание 6*.

Решить уравнение (1) методом наименьших квадратов. Искать решение в виде $y(x) = 1 + \sum_{i=1}^3 c_i x^i$.

Вопросы по теме

1. Общие сведения об интегральных уравнениях.
2. Метод механических квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода.
3. Метод замены ядра на вырожденное.
4. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода.
5. Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода.
6. Метод Галеркина решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода.

Литература: [5]–[8] [12] [14]–[17] [21] [22]

Лабораторная работа № 6

ОДНОШАГОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ (1 час)

Задание:

Используя методы Эйлера, модифицированный метод Эйлера-Коши, Эйлера с итерационным уточнением составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$; шаг $h = 0.1$. Все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками.

Варианты:

1) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{0.3}}$ $y_0(0.5) = 0.6, x \in [0.5; 1.5]$	7) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2}}$ $y_0(0.8) = 1.3, x \in [0.8; 1.8]$
2) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{1.3}}$ $y_0(0.1) = 0.8, x \in [0.1; 1.1]$	8) $y' = x + \sin \frac{y}{e}$ $y_0(1.4) = 2.5, x \in [1.4; 2.4]$
3) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{15}}$ $y_0(0.2) = 1.1, x \in [0.2; 1.2]$	9) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{2.8}}$ $y_0(1.4) = 2.2, x \in [1.4; 2.4]$
4) $y' = x + \sin \frac{y}{1.25}$ $y_0(0.5) = 1.8, x \in [0.5; 1.5]$	10) $y' = x + \sin \frac{y}{\pi}$ $y_0(1.7) = 5.3, x \in [1.7; 2.7]$
5) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{11}}$ $y_0(0.6) = 1.2, x \in [0.6; 1.6]$	11) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{7}}$ $y_0(0.5) = 0.6, x \in [0.5; 1.5]$
6) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{3}}$ $y_0(1.1) = 1.5, x \in [1.1; 2.1]$	12) $y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$ $y_0(0.6) = 0.8, x \in [0.6; 1.6]$
13) $y' = x + \cos \frac{y}{3}$ $y_0(1.6) = 4.6, x \in [1.6; 2.6]$	22) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$ $y_0(0.6) = 0.8, x \in [0.6; 1.6]$
14) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$ $y_0(1.8) = 2.6, x \in [1.8; 2.8]$	23) $y' = x + \cos \frac{y}{3}$ $y_0(1.6) = 4.6, x \in [1.6; 2.6]$

15) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{11}}$ $y_0(2.1) = 2.5, x \in [2.1; 3.1]$	24) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$ $y_0(1.8) = 2.6, x \in [1.8; 2.8]$
16) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{3}}$ $y_0(1.2) = 2.1, x \in [1.2; 2.2]$	25) $y' = x + \sin \frac{y+1}{\sqrt{13}}$ $y_0(0.2) = 1.1, x \in [0.2; 1.2]$
17) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{2}}$ $y_0(0.8) = 1.4, x \in [0.8; 1.8]$	26) $y' = x^2 + \cos \frac{y}{\pi}$ $y_0(1.7) = 5.3, x \in [1.7; 2.7]$
18) $y' = x + \cos \frac{y}{e}$ $y_0(1.4) = 2.5, x \in [1.4; 2.4]$	27) $y' = \frac{\cos y}{x+2} - 0.3y^2$ $y_0(0.1) = 0.3, x \in [0.1; 1.1]$
19) $y' = x + \cos \frac{y}{2.25}$ $y_0(1.4) = 2.2, x \in [1.4; 2.4]$	28) $y' = x + \cos \frac{y+x}{\pi}$ $y_0(1.7) = 5.6, x \in [1.7; 2.7]$
20) $y' = x + \cos \frac{y}{\pi}$ $y_0(1.7) = 5.3, x \in [1.7; 2.7]$	29) $y' = \cos \frac{y}{x+2} - 0.3y^2$ $y_0(0.1) = 0.2, x \in [0.1; 1.1]$
21) $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{7}}$ $y_0(0.5) = 0.6, x \in [0.5; 1.5]$	30) $y' = \cos(x-y) + \frac{1.25y}{1.5+x}$ $y_0(0.2) = 0.3, x \in [0.2; 1.2]$

Вопросы по теме

1. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Общие замечания. Постановка задачи.
2. Решение с помощью степенных рядов.
3. Метод Эйлера.
4. Модификации метода Эйлера.

Литература: [5]–[9] [12] [14]–[17] [19] [21] [22]

Лабораторная работа № 7

МЕТОД РУНГЕ-КУТТА. МНОГОШАГОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ. (3 часа)

Задание:

1) Используя метод Рунге-Кутта составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющего начальным условиям $y(x_0) = y_0$ на отрезке $[a, b]$; шаг $h = 0.1$.

2) Используя формулу Адамса найти значение функции в точках 4, 5, 6,

Вариант задания взять из лабораторной работы №6.

Вопросы по теме

1. Метод Рунге–Кутта второго порядка, оценка его точности.
2. Метод Рунге-Кутта четвертого порядка.
3. Метод Адамса.

Литература: [5]–[9] [12] [14]–[17] [19] [21] [22]

Лабораторная работа № 8

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА (2 часа)

Задание:

1) Используя метод конечных разностей, построить решение краевой задачи для ОДУ второго порядка, шаг $h=0.1$. В краевых условиях производную аппроксимировать на трех точечном шаблоне. Полученную систему уравнений решить методом Гаусса.

2) Методом прогонки найти решение краевой задачи из задания 1. В краевых условиях производную аппроксимировать на двух точечном шаблоне.

1) $y'' + \frac{y'}{x} - 2y = x$ $\begin{cases} y(0.7) = 0.5 \\ 2y(1) + 3y'(1) = 1.2 \end{cases}$ 2) $y'' - xy' - 2y = x + 1$ $\begin{cases} y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 2 \\ y(1.2) = 1 \end{cases}$ 3) $y'' + xy' - y = x + 1$ $\begin{cases} y(0.5) + 2y'(0.5) = 1 \\ y'(0.8) = 1.2 \end{cases}$ 4) $y'' + 2y' - \frac{y}{x} = 3$ $\begin{cases} y(0.2) = 2 \\ 0.5y(0.5) - y'(0.5) = 1 \end{cases}$ 5) $y'' + 2y' - xy = x^2$ $\begin{cases} y'(0.6) = 0.7 \\ y(0.9) - 0.5y'(0.9) = 1 \end{cases}$ 6) $y'' - y' - \frac{2y}{x} = x + 0.4$ $\begin{cases} y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 2 \\ y'(1.4) = 4 \end{cases}$	16) $y'' + 2xy' - 2y = 0.6$ $\begin{cases} y'(2) = 1 \\ 0.4y(2.3) - y'(2.3) = 1 \end{cases}$ 17) $y'' + \frac{y'}{x} - 0.4y = 2x$ $\begin{cases} y(0.6) - 0.3y'(0.6) = 0.6 \\ y'(0.9) = 1.7 \end{cases}$ 18) $y'' + \frac{y'}{2x} - 0.8y = x$ $\begin{cases} y(1.7) + 1.2y'(1.7) = 2 \\ y'(2) = 1 \end{cases}$ 19) $y'' - \frac{y'}{3} - xy = 2$ $\begin{cases} y(0.8) = 1.6 \\ 3y(1.1) - 0.5y'(1.1) = 1 \end{cases}$ 20) $y'' + 0.8y' - xy = 1.4$ $\begin{cases} y(1.8) = 0.5 \\ 2y(2.1) + y'(2.1) = 1.7 \end{cases}$ 21) $y'' + 2y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$ $\begin{cases} 0.5y(0.9) + y'(0.9) = 1 \\ y(1.2) = 0.8 \end{cases}$
---	--

$$7) y'' - 3y' - \frac{y}{x} = 1$$

$$\begin{cases} y(0.4) = 2 \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 0.7 \end{cases}$$

$$8) y'' + 3y' - \frac{y}{x} = x + 1$$

$$\begin{cases} y'(1.2) = 1 \\ 2y(1.5) - y'(1.5) = 0.5 \end{cases}$$

$$9) y'' - \frac{y'}{2} - 3y = 2x^2$$

$$\begin{cases} y(1) + 2y'(1) = 0.6 \\ y(1.3) = 1 \end{cases}$$

$$10) y'' + 1.5y' - xy = 0.5$$

$$\begin{cases} 2y(1.3) - y'(1.3) = 1 \\ y(1.6) = 3 \end{cases}$$

$$11) y'' + 2xy' - y = 0.4$$

$$\begin{cases} 2y(0.3) + y'(0.3) = 1 \\ y'(0.6) = 2 \end{cases}$$

$$12) y'' - 0.5xy' - y = 2$$

$$\begin{cases} y(0.4) = 1.2 \\ y(0.7) + 2y'(0.7) = 1.4 \end{cases}$$

$$13) y'' + \frac{2y'}{x} - 3y = 2$$

$$\begin{cases} y'(0.8) = 1.5 \\ 2y(1.1) + y'(1.1) = 3 \end{cases}$$

$$14) y'' + 2x^2y' - y = x$$

$$\begin{cases} 2y(0.5) - y'(0.5) = 1 \\ y(0.8) = 3 \end{cases}$$

$$15) y'' - 3xy' - 2y = 1.5$$

$$\begin{cases} y'(0.7) = 1.3 \\ 0.5y(1) + y'(1) = 2 \end{cases}$$

$$22) y'' - \frac{y'}{4} - \frac{2y}{x} = \frac{x}{2}$$

$$\begin{cases} 1.5y(1.3) - y'(1.3) = 0.6 \\ 2y(1.6) = 0.3 \end{cases}$$

$$23) y'' - 0.5y' - 0.5xy = 2x$$

$$\begin{cases} y'(1) = 0.5 \\ 2y(1.3) - y'(1.3) = 2 \end{cases}$$

$$24) y'' + 2y' - 1.5xy = \frac{2}{x}$$

$$\begin{cases} y'(0.8) = 1 \\ y(1.1) + 2y'(1.1) = 1 \end{cases}$$

$$25) y'' + \frac{y'}{x} - 2y = x^2$$

$$\begin{cases} y'(0.5) = -0.5 \\ y'(0.8) = -1 \end{cases}$$

$$26) y'' - \frac{y'}{x} = -\frac{2}{x^2}$$

$$\begin{cases} y'(0.6) = 2 \\ y(0.9) = 0 \end{cases}$$

$$27) y'' + 2y' - \frac{4y}{x} = 2$$

$$\begin{cases} y'(0.7) = 1.5 \\ y(1) + y'(1) = 4 \end{cases}$$

$$28) y'' + \frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2} = -\frac{2}{x^3}$$

$$\begin{cases} y(0.7) = -2 \ln 2 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

$$29) y'' + y' - \frac{3y}{x} = 6x + 1$$

$$\begin{cases} y(0.5) = -0.125 \\ y(0.8) + y'(0.8) = 3 \end{cases}$$

$$30) y'' - x^2y' - \frac{2y}{x^2} = 1$$

$$\begin{cases} y(0.1) - y'(0.1) = 6 \\ y(0.4) = 1 \end{cases}$$

Вопросы по теме

1. Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные понятия. Постановка задачи.
2. Линейная краевая задача.
3. Метод конечных разностей (МКР).
4. Метод прогонки – метод решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.
5. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений аналитическими методами. Метод коллокации.
6. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений аналитическими методами. Метод наименьших квадратов.
7. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений аналитическими методами. Метод Галеркина.

Литература: [5]–[9] [12] [14] [16] [19] [21] [22]

Лабораторная работа № 9

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ (2 часа)

Задание:

Используя метод сеток, составить решение $u = u(x, t)$ смешанной задачи для дифференциального уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t)$$

с заданными начальными условиями $u(x, 0) = u_0(x)$

и краевыми условиями $u(0, t) = u_1(t)$, $u(1, t) = u_2(t)$, где $x \in [0, 1]$, $t \in [0, 0.02]$.

Решение выполнить при $h = 0.1$:

- 1) по явной схеме $\sigma = 0$, условие устойчивости $\frac{\tau}{h^2} \leq \frac{1}{4}$;
- 2) по симметрической схеме $\sigma = 0.5$;
- 3) по схеме с опережением $\sigma = 1$.

Полученные системы уравнений решить методом прогонки.

Варианты:

№	$u(x, 0)$	$u_1(t)$	$u_2(t)$	$f(x, t)$
1	$2x(1-x)+0.2$	$0.2+t$	0.68	$t(5-x)+0.1$
2	$\cos 2x$	1	$2t+0.85$	$t+\cos x$
3	$x(x+1)$	$0.8+t$	1.2	$x(t+1.5)$
4	$2+\lg(x+1)$	$2t$	1.235	$3+\lg(xt+19)$
5	$\sin 2x$	0	$t+2.5$	$\sin 2x+2t$
6	$3x(2-x)$	$1.4+5t$	$10t$	$3x(2-t)$
7	$1+\sin x$	0.2	$t+4t^2$	$t+\sin x$
8	$\sin(x+0.5)$	$0.08+t$	5.75	e^t+3x
9	$0.5+2x(x-1)$	$12t$	$1+5t$	$1-xt$
10	$\sin x+0.1$	$0.8+2t$	4	te^x+2
11	$\cos(2x+0.5)$	$4.5t$	0	$\cos(2t+0.5x)$
12	$2x(x+0.2)+0.4$	$3(1-t)$	$1+2t$	$5x(t+0.4)+1.2$
13	$\lg(x+0.8)+1$	$6(t+0.12)$	0.275	$\log(t+1.2)+x$
14	$\sin(x+0.3)$	0	$10(t+0.1)$	$10(t+x)$
15	$x^2+0.5$	$3t(t+20)$	$t+0.75$	$x^2+0.5t$
16	$(x-0.2)(x+1)+1$	0.25	$0.75t$	$4+(x-0.5)(t+1)$
17	$x(0.4+2x)$	$6.5+t$	1	$x(1+2t)$
18	$\sin(x+0.48)$	$2-5t$	0.8	$\sin(x+5t)$
19	$\cos(x+0.6)$	0.8	$3.75+2t$	$(x+6)t+2$

20	$\lg(x+3.5)$	$8(t+0.1)$	2.8	$2.4\lg(x+5)+e^t$
21	$2+x(1-x)$	$2+t(1-t)$	1.4	$2+t(1-x)$
22	$(0.5-x)+1$	1.2	$t(1+t)$	$(0.5-x)(1+t)$
23	$x(1-x)+0.5$	$1-10t$	0.3685	$t(1-x)+0.5$
24	$2x(x+0.2)+0.4$	$2t+0.4$	1.36	$5(t+2x)$
25	$\ln(x+0.26)+1$	$0.415+t$	0.9345	$2\ln(x)+t^2$
26	$(x+0.2)(x+1)$	$6t+1.6$	0.41	$3x(1+t)$
27	$\sin 3x$	$2t-0.2$	$t+0.532$	$\sin x+3t$
28	$\cos(2x+0.41)$	$3t+0.9$	$0.75+t$	$(x+0.5)t-0.15$
29	$2\cos(x+0.55)$	$0.82+3t$	1.705	$\cos x(2-t)$
30	$0.9+2x(1-x)$	$3(0.3-2t)$	1.38	$t(1+x)+3$

Литература: [6]–[9] [12] [15] [19] [21] [22]

Лабораторная работа № 10

ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА (2 часа)

Задание:

1) Используя метод простой итерации, найти приближенное решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 12\alpha x^2 + 12\beta y^2,$$

$h = 0.25$, $n = 4$, $x \in [0;1]$, $y \in [0;1]$, удовлетворяющее на границе краевым условиям $u(x, y)|_r = \alpha x^4 + \beta y^4$, с точностью до $\varepsilon = 10^{-3}$.

2) Методом Зейделя найти приближенное решение уравнения из задания 1 с точностью до $\varepsilon = 10^{-3}$.

Варианты:

1-8	$\begin{cases} \alpha & (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \\ \beta & (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16) \end{cases}$
9-16	$\begin{cases} \alpha & (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10) \\ \beta & (8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1) \end{cases}$
17-24	$\begin{cases} \alpha & (3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 4) \\ \beta & (12, 4, 3, 10, 9, 11, 2, 13) \end{cases}$
18-30	$\begin{cases} \alpha & (4, 5, 6, 7, 8, 9, 3) \\ \beta & (10, 4, 6, 1, 12, 8, 9) \end{cases}$

Литература: [6]–[9] [12] [15] [19] [21] [22]

Лабораторная работа № 11

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ (2 часа)

Задание:

Используя метод сеток составить решение $u = u(x, t)$ смешанной задачи для дифференциального уравнения гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

при заданных начальных условиях $u(x, 0) = f(x)$, $u_t(x, 0) = \Phi(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) и краевых условиях $u(0, t) = \varphi(t)$, $u(1, t) = \psi(t)$.

Решение выполнить с шагом 0.1 (по x и t), определяя значение функции $u = u(x, t)$ с четырьмя десятичными знаками, причём $0 \leq t \leq 0.5$:

- 1) по явной схеме $\sigma = 0$;
- 2) по симметрической схеме $\sigma = 0.5$.

Полученные системы уравнений решить методом прогонки.

Варианты:

№		№	
1	$f(x) = x(x+1),$ $\Phi(x) = \cos x,$ $\varphi(t) = 0,$ $\psi(t) = 2(t+1)$	16	$f(x) = (x+0.5)^2,$ $\Phi(x) = (x+1)\sin x,$ $\varphi(t) = 0.5(0.5+t),$ $\psi(t) = 2.25$
2	$f(x) = x \cos \pi x,$ $\Phi(x) = x(2-x),$ $\varphi(t) = 2t,$ $\psi(t) = -1$	17	$f(x) = x \cos \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = 2x^2,$ $\varphi(t) = 0,$ $\psi(t) = t^2$
3	$f(x) = (x+0.5)(x-1),$ $\Phi(x) = \sin(x+0.2),$ $\varphi(t) = t-0.5,$ $\psi(t) = 3t$	18	$f(x) = 2x(x+1),$ $\Phi(x) = 2\sin x,$ $\varphi(t) = 0.3,$ $\psi(t) = 4.3+t$

4	$f(x) = (x^2 + 0.5)\cos \pi x,$ $\Phi(x) = (x + 0.7)^2,$ $\varphi(t) = 0.5,$ $\psi(t) = 2t - 1.5$	19	$f(x) = \cos \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = x^2,$ $\varphi(t) = 1 + 2t,$ $\psi(t) = 0$
5	$f(x) = 2x(x + 1) + 0.3,$ $\Phi(x) = 2\sin x,$ $\varphi(t) = 0.3,$ $\psi(t) = 4.3 + t$	20	$f(x) = 0.4(x + 0.5)^2,$ $\Phi(x) = x\sin(x + 0.6),$ $\varphi(t) = 0.1 + 0.5t,$ $\psi(t) = 0.9$
6	$f(x) = (x + 0.2)\cos \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = 1 + x^2,$ $\varphi(t) = 0,$ $\psi(t) = 1.2(t + 1)$	21	$f(x) = 1.2x - x^2,$ $\Phi(x) = (x + 0.6)\sin x,$ $\varphi(t) = 0,$ $\psi(t) = 0.2 + 0.5t$
7	$f(x) = 3x(1 - x),$ $\Phi(x) = \cos(x + 0.5),$ $\varphi(t) = 2t,$ $\psi(t) = 0$	22	$f(x) = (1 - x^2)\cos \pi x,$ $\Phi(x) = 2x + 0.6,$ $\varphi(t) = 1 + 0.4t,$ $\psi(t) = 0$
8	$f(x) = x\sin \pi x,$ $\Phi(x) = (x + 1)^2,$ $\varphi(t) = 2t,$ $\psi(t) = 0$	23	$f(x) = 0.5(x + 1),$ $\Phi(x) = (x + 0.5)\cos \pi x,$ $\varphi(t) = 0.5,$ $\psi(t) = 2 - 3t$
9	$f(x) = x(2x - 0.5),$ $\Phi(x) = \cos 2x,$ $\varphi(t) = t^2,$ $\psi(t) = 1.5$	24	$f(x) = (2 - x)\sin \pi x,$ $\Phi(x) = (x + 0.6)^2,$ $\varphi(t) = 0.5t,$ $\psi(t) = 0$
10	$f(x) = (x + 1)\sin \pi x,$ $\Phi(x) = x^2 + x,$ $\varphi(t) = 0,$ $\psi(t) = 0.5t$	25	$f(x) = (x + 0.2)\sin \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = 1 + x^2,$ $\varphi(t) = 0.6t,$ $\psi(t) = 1.2$

11	$f(x) = 0.5x(x+1),$ $\Phi(x) = x \cos x,$ $\varphi(t) = 2t^2,$ $\psi(t) = 1$	26	$f(x) = (x+0.4) \cos \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = 0.3(x^2+1),$ $\varphi(t) = 0.4,$ $\psi(t) = 1.2t$
12	$f(x) = (1-x) \cos \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = 2x+1,$ $\varphi(t) = 2t+1,$ $\psi(t) = 0$	27	$f(x) = (2x+0.5)(x-1),$ $\Phi(x) = \sin(2x+0.2),$ $\varphi(t) = t-0.5,$ $\psi(t) = 2t$
13	$f(x) = 0.5(x^2+1),$ $\Phi(x) = x \sin 2x,$ $\varphi(t) = 0.5+3t,$ $\psi(t) = 1$	28	$f(x) = (1-x^2) + x,$ $\Phi(x) = 2 \sin(x+0.4),$ $\varphi(t) = 1,$ $\psi(t) = (t+1)^2$
14	$f(x) = (x+2)(0.5x+1),$ $\Phi(x) = 2 \cos(x + \frac{\pi}{6}),$ $\varphi(t) = 2,$ $\psi(t) = 4.5 - 3t$	29	$f(x) = (x+1) \sin \frac{\pi x}{2},$ $\Phi(x) = 1 - x^2,$ $\varphi(t) = 0.5t,$ $\psi(t) = 2$
15	$f(x) = x^2 \cos \pi x,$ $\Phi(x) = x^2(x+1),$ $\varphi(t) = 0.5t,$ $\psi(t) = t-1$	30	$f(x) = (x+0.5)(x+1),$ $\Phi(x) = \cos(x+0.3),$ $\varphi(t) = 0.5,$ $\psi(t) = 3-2t$

Вопросы по теме

1. Многоточечные и граничные задачи.
2. Решение линейных граничных задач.
3. Метод дифференциальной прогонки.
4. Метод сеток решения граничных задач.
5. Разрешимость системы разностных уравнений.
6. Метод разностной прогонки.
7. Методы моментов, наименьших квадратов, Рунге.
8. Метод итераций для разностной задачи Дирихле.
9. Методы коллокаций, наименьших квадратов и Галеркина.
10. Решение краевых задач методом разностных аппроксимаций.
11. Основные понятия теории разностных схем.

12. Разностные схемы, сетки, нормы в пространстве сеточных функций и невязок.
13. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов.
14. Устойчивость разностных схем. Сходимость разностных схем как следствие аппроксимации и устойчивости.
15. Основные понятия теории разностных схем.
16. Аппроксимация дифференциальных операторов.
17. Сходимость, аппроксимация и устойчивость для краевой задачи для уравнений в частных производных.
18. Разностные схемы для уравнения теплопроводности, переноса, колебания струны.
19. Устойчивость и методы реализации разностных схем для уравнения теплопроводности.
20. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона и методы ее реализации.
21. Экономичные разностные схемы для многомерного уравнения теплопроводности.
22. Нелинейная задача теплопроводности и разностные схемы ее решения. Решение задачи теплопроводности методом разностных аппроксимаций.
23. Решение волнового уравнения.
24. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа.

Литература: [6]–[9] [12] [15] [19] [21] [22]

Литература

1. Березовская, Е. М. Численные методы математической физики : разностные схемы и параболические уравнения : практическое пособие / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – 47 с. – Режим доступа : <http://elib.gsu.by/jspui/handle/123456789/15002> .
2. Березовская, Е. М. Численные методы математической физики : эллиптические и гиперболические уравнения : практическое пособие / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2021. – 47 с. – Режим доступа : <http://elib.gsu.by/jspui/handle/123456789/15004> .
3. Воробьева, В. Е. Основы численных методов и их реализация в MS Excel : учебное пособие / В. Е. Воробьева, Ф. И. Воробьева. – Казань : КНИТУ, 2022. – 124 с. – Режим доступа : по подписке : <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=702265> .
4. Коновалова, Е. И. Численные методы линейной алгебры : учебное пособие / Е. И. Коновалова, Л. В. Яблокова. – Самара : Самарский университет, 2022. – 152 с. – Режим доступа : для авториз. пользователей : <https://e.lanbook.com/book/336686> .
5. Бахвалов, Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков. – Москва : Лаборатория знаний, 2015. – 243 с.
6. Бахвалов, Н. С. Численные методы. Решения задач и упражнения: учебное пособие для вузов / Н. С. Бахвалов, А. А. Корнев, Е. В. Чижонков. – Москва : Лаборатория знаний, 2016. – 355 с.
7. Бахвалов, Н.С. Численные методы : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Бинوم. Лаборатория знаний, 2023. – 636 с.
8. Березин, И. С. Методы вычислений: учебное пособие: в 2 т. / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва : Наука, 1966.
9. Березовская, Е. М. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: тексты лекций: в 3 ч. / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2015. – Ч. 3. – 55 с.
10. Березовская, Е. М. Методы вычислений : тексты лекций : в 2 ч. / Е. М. Березовская, М. И. Жадан. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2010. – Ч. 1 : Интерполирование и нелинейные уравнения. – 80 с. – Режим доступа: <http://elib.gsu.by/handle/123456789/1589> .
11. Березовская, Е. М. Методы численного анализа: тексты лекций: в 2 ч. / Е. М. Березовская. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2007. – Ч. 1 : Интерполяция и интегрирование. – 131 с. – Режим доступа: <http://elib.gsu.by/handle/123456789/3523> .
12. Вабищевич, П. Н. Численные методы: Вычислительный практикум. Практическое применение численных методов при использовании

- алгоритмического языка Python / П. Н. Вабищевич. – Москва : Ленанд, 2019. – 320 с.
13. Вержбицкий, В. М. Численные методы: линейная алгебра и нелинейные уравнения: учебное пособие / В. М. Вержбицкий. – Москва : Оникс 21 век, 2005. – 432 с.
14. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 400 с.
15. Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах: учебное пособие / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – Москва : Лань, 2015. – 448 с.
16. Колдаев, В. Д. Численные методы и программирование : учебное пособие / В. Д. Колдаев. – Москва: Форум, 2018. – 336 с.
17. Копченова, Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах: учебное пособие / В. Н. Копченова, И. А. Марон. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар : Лань, 2008. – 368 с.
18. Крылов, В. И. Вычислительные методы: учебное пособие: в 2 т. / В. И. Крылов, В. В. Бобков, П. И. Монастырский. – Москва : Наука, 1976. – 1977.

Электронные ресурсы

19. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_clm.php?id=1.
20. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Т.1. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_calc1.php?id=1.
21. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Т.2. – Режим доступа: https://scask.ru/i_book_calc2.php?id=1.
22. Калиткин, Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин // Научная библиотека [Электронный ресурс]. – 2023. – Режим доступа: https://scask.ru/q_book_dig_m.php?id=1.